

**DOWÓD** (gr. ἀπόδειξις [apódeixis], λόγος [logos], τεκμήριον [tekmérion]; łac. demonstratio, argumentatio, probatio) — uzasadnienie jakiejś tezy; w sensie ścisłym: rozumowanie (zarówno czynność, jak i jej wytwór w postaci ciągu kolejno wynikających z siebie zdań) uzasadniające niezawodnie jakiś sąd na podstawie sądów wcześniej przyjętych; rzecz lub okoliczność przemawiająca za czymś, wskazująca na coś lub będąca świadectwem czegoś.

Chociaż uzasadnienie tezy jest racjonalnym okazaniem obiektywnych uprawnień do uznania jej za prawdziwą, termin „dowód” określa zazwyczaj tylko uzasadnienie pośrednie (jeśli podstawę uznania zdania stanowi uznanie innych zdań) i zarazem dedukcyjne (oparte wyłącznie na niezawodnych regułach wnioskowania); d. nie jest uzasadnieniem indukcyjnym, które zwykle nosi miano sprawdzania, czyli rozumowania rozstrzygającego o uznaniu tezy, jeśli jej konsekwencje zostały wystarczająco potwierdzone w doświadczeniu. D. różni się także od wyjaśniania (choć oba te procesy zawierają wyszukiwanie przesłanek dla jakiegoś zdania i jego z nich wywnioskowanie), ponieważ dowodzi się zdania niepewnego (nie przyjętego), a wyjaśnia się zdanie pewne (przyjęte); ponadto w d. przesłanki są wyszukane wyłącznie wśród zdań już wcześniej uznanych, a w wyjaśnianiu — zarówno wśród zdań uznanych, jak i ad hoc wymyślonych. D. nie pokrywa się też z argumentacją, gdyż dokonuje się wyłącznie w sferze syntaktyczno-semantycznej, podczas gdy argumentacja, będąc wprawdzie uzasadnieniem racjonalnym (korzystającym jednak nie tylko z logiki czysto formalnej), uwzględnia także aspekt pragmatyczny (np. postawy myślowe tych, do których jest skierowana); najczęściej argumentacja bywa zabiegiem erystycznym, zajmującym pozycję pośrednią między d. a perswazją, która jest przekonywaniem retorycznym kogoś o czymś, dokonującym się w sferze subiektywnej.

Koncepcja d. pojawiła się w IV w. przed Chr. u gr. matematyków (pitagorejczycy, Eudoksos z Knidos). Pierwszą pełniejszą teorię d. przedstawił w ogólnej metodologii nauki Arystoteles, nazywając d. wiedzotwórczym sylogizmem, w którym przesłankami są ostatecznie zdania ogólne, koniecznie prawdziwe, bezpośrednie (poznane z oczywistością intelektualną), pierwotne (niedowodliwe, lepiej i w pierwz znane niż konkluzja) oraz wskazujące przyczynę stanu rzeczy wyrażonego w konkluzji. Arystoteles podzielił d. na uniwersalne i partykularne, potwierdzające i obalające oraz d. wprost (bezpośredni, deiktyczny) i nie wprost (apagogiczny, czyli wskazujący niemożliwość występowania zdania sprzecznego ze zdaniem dowodzonym), którego odmianą jest d. przez sprowadzenie zaprzeczenia zdania dowodzonego do niedorzeczności; przyznał wyższość d. uniwersalnemu, wprost i potwierdzającemu; ponadto odróżnił d. propter quid (przesłanki wskazują, dlaczego coś jest, czyli właściwe i najbliższe przyczyny ontyczne) od d. quia (przesłanki wskazują, że coś jest, czyli dalsze przyczyny albo skutek, a zwł. racje poznawcze), który uważał za najmniej wartościowy. Najwyższą rangę przypisywał d. ogólnemu, d. potwierdzającemu oraz d. propter quid, sformułowanemu wg I figury sylogistycznej (demonstratio potissima); jako pryncypia d. wymienił Arystoteles założenia wspólne dla wielu nauk (aksjomaty — dignitates, a właściwie pewniki, czyli zdania powszechnie oczywiste) oraz założenia specyficzne dla danej nauki (hipotezy, które stwierdzają, że coś istnieje oraz definicje, które określają, co istnieje). Ścisłą i precyzyjną realizację metody dowodzenia przedstawił Euklides w *Elementach geometrii*, twierdząc, że d. nie musi być sylogizmem oraz że nie wskazuje on przyczyny

sprawczej (lub celowej), lecz formalną; jako pryncypia d. występują definicje (raczej objaśnienia), postulaty (założenia konstrukcyjne) i aksjomaty (wyraźnie wymienione naczelne przesłanki).

Przez następne wieki zajmowano się zwł. dokładniejszą determinacją charakteru założeń d.; Galen, choć rozwijał koncepcję Euklidesa, bardziej zaakcentował oczywistość naczelnych przesłanek; d. uważał za przechodzenie od oczywistego (w niesprzeczności z przyjętymi zdaniem) do nieznanego; Proklos, przeciwstawiając się koncepcji założeń Arystotelesa, dążył do połączenia dotychczasowych teorii d. — pryncypiami d. są definicje, postulaty i aksjomaty (są oczywiste), postulaty zaś dotyczą konstruowalności i bez trudu rodzą problemy konstrukcyjne; Boecjusz, pojmując założenia d. zgodnie z koncepcją Arystotelesa, przyjął obok definicji aksjomaty (sądy, których nikt nie zaprzeczy) oraz swoiste hipotezy (sądy, na które zgadzają się tylko przedstawiciele danej dyscypliny). Przeciw wartości poznawczej d. wystąpili sceptycy, zarzucając jako nieuniknione bezzasadność przesłanek albo nieskończoność ciągu dowodowego lub jego błędne koło.

W średniowieczu powstały 4 odmiany starożytnej koncepcji d.: Boecjusza — w szkole z Chartres, Euklidesa — u Waltera Burleya, Proklosa — u Idziego Rzymianina i Tomasza z Akwinu w *Summa contra Gentiles* oraz Arystotelesa — u Alberta Wielkiego i Tomasza z Akwinu w *Komentarzu do „Analitik”* i w *Sumie teologicznej*, a także u Pawła z Wenecji. W tzw. *quaestio*, czyli rozwiązaniu problemu, kierowanym metodą scholastyczną, łączy się dedukcja z *Analitik* i dyskusja z *Topik* oraz dydaktyzm typowy dla średniowiecza i w tym kontekście formułowano dowody na istnienie Boga (np. 5 dróg Tomasza z Akwinu). D. oznaczono terminem „demonstratio”, a jego protokół, czyli językowe sformułowanie, terminem „argumentatio”; w teorii d. podkreślano, że przesłanki mają być nie tylko koniecznie prawdziwe, lecz także nieobalalnie poznane jako takie; wyraźniej zróżnicowano je co do oczywistości — tylko aksjomaty (*dignitates*) są dla każdego oczywiste (*communia*), a *petitiones* (zw. też *positiones*), czyli dawne hipotezy lub postulaty oraz definicje są mniej oczywiste i są odrębne dla poszczególnych dyscyplin. W wyniku dyskusji (za filozofami arab.) nad wszechstronnym określeniem d. *propter quid* oraz d. *quia* ustalono, iż każdy d. *propter quid* jest aprioryczny (lecz nie odwrotnie), a każdy d. *quia* aposterioryczny (ale nie odwrotnie); podniesiono też wartość d. *quia*. W końcu średniowiecza poszerzono pojęcie d. (W. Ockham), zachowując jednak różnicę między *demonstratio* (sylogizm apodyktyczny) a *probatio* (sylogizm dialektyczny); dopiero humaniści w miejsce d. wprowadzili argumentację, nazywając ją uzasadnieniem wg zasad retoryki.

Począwszy od XVI w., upowszechnienie się starożytnej matematyki i traktowanie jej jako wzoru sztuki dowodzenia sprzyjało rozwojowi koncepcji d. przeprowadzanego *more geometrico*. Najpierw jednak, nawiązując do arystotelesowsko-scholastycznej *demonstratio*, starano się ją unowocześnić; Ph. Melanchton uważał, że d. filozoficzny należy oprzeć nie tylko na apriorycznych pryncypiach (aksjomatach, definicjach), ale także na zdaniach wyrażających powszechne doświadczenie; podobnie F. Suárez dopuszczał w d. przesłanki empiryczne, a nadto arystotelesowski d. deiktyczny i d. nie wprost łączył z tzw. syntezą. Racjoniści z XVII w. ukształtowali 4 typy d.; wg Kartezjusza tok dowodowy przebiega na podstawie koniecznych związków pojęciowych, ujętych

wyraźnie dzięki intelektualnej intuicji treści tak, że d. jest analityczno-intuicyjną redukcją (łańcuch oczywistości) pojęć złożonych do pojęć prostych. B. Spinoza uważał d. za syntetyczne wyprowadzenie zdań o cechach pochodnych ze zdań o cechach konstytutywnych. G. W. Leibniz położył akcent na terminologiczną i mechanistyczno- kombinatoryjną stronę d., czyli jego rachunkowy charakter — d. kierowany jest zasadą racji dostatecznej i polega na definicyjnym zastępowaniu (łańcuch definicji) terminów w niesprzecznych przesłankach tak długo, aż okaże się analityczność dowodzonego twierdzenia (takie ujęcie d. umożliwił B. Pascal, który zmienił rolę definicji nominalnych w procesie dowodzenia — nie są one przesłankami, lecz konwencjami, pozwalającymi zastępować wyrażenia). Wg G. G. Saccheriego d. jest formalno-logicznym wyprowadzeniem albo sprowadzeniem twierdzenia do przesłanek pojętych tak, jak u Euklidesa. J. Locke twierdząc, że d. to poznanie zgodności albo niezgodności idei za pośrednictwem innej idei, scharakteryzował go od strony psychologicznej. W naukach ścisłych przyjęto koncepcję d. typu Leibniza i Saccheriego, a w filozofii typu pośredniego (między Kartezjuszem, Spinozą i Leibnizem), ale znacznie mniej jednolitą.

Najbardziej znaną dla XVIII w. koncepcję d. filozoficznego przedstawił Ch. Wolff, dla którego d. jest korzystającym z zasady niesprzeczności uzasadnieniem jakiegoś twierdzenia na podstawie aksjomatów, definicji, niewątpliwych danych doświadczenia oraz też wcześniej już udowodnionych. I. Kant przyjął w matematycznym przyrodoznawstwie *demonstratio*, a w filozofii tylko d. transcendentálny, czyli uzasadnienie prawdziwości twierdzeń w drodze okazania apriorycznych uwarunkowań podmiotowych i źródeł tej prawdziwości, przez co wykluczył d. apagogiczny. W XIX w. uświadomiono sobie, że d., w którym założeniami są tylko wyraźnie wymienione zdania, nie zmusza do bezwzględnej akceptacji twierdzenia udowodnionego, ale jedynie do przyjęcia go z racji uznania założeń — zadaniem takiego d. jest okazanie zależności zachodzących między określonymi zdaniami. W związku z tym B. Bolzano zarysował koncepcję wyprowadzania i konsekwencji. Wysunięto też możliwość d. czysto formalnego, polegającego na uznaniu związku między przesłankami a konkluzją, bez konieczności rozumienia występujących w nich poszczególnych terminów, a opierając się wyłącznie na ich strukturze; takie ujęcie zapoczątkował J. D. Gergonne, wprowadzając pojęcie definicji uwikłanej. Na początku XX w. dokonano pełnej formalizacji d. za pomocą reguł nowoczesnej logiki. Wg D. Hilberta dowodliwość jakiegoś twierdzenia pokrywa się z jego analitycznością i prawdziwością, a teoria d. jest zasadniczą treścią logiki matematycznej, czyli metamatematyki, której centralnym zadaniem jest uzasadnienie niesprzeczności, zupełności i rozstrzygalności systemu logiki. Z uwagi na to, że związki między przesłankami a konkluzją w d. określone są przez prawa lub reguły dedukcji, teorię d. nazywano także teorią dedukcji.

Krytycy programu Hilberta dotyczącego teorii d. (m.in. L. E. J. Brouwer, A. Heyting) odrzucili utożsamienie prawdziwości z dowodliwością oraz d. infinitystyczny i (nie uznając zasady *tertium non datur*) d. nie wprost. K. Gödel wykazał niezupełność bogatszych systemów dedukcyjnych i stwierdził, że nawet w matematyce nie da się sformalizować wszystkich d. w sposób całkowity, co przekreślało spełnialność programu Hilberta; dokładne określenie konsekwencji i wyprowadzania pozwoliło podać dość ścisłą i zarazem ogólną

definicję d. w sensie najwęższym. D. wyrażenia zdaniowego  $p$  na gruncie zbioru założonych tez  $X$  i reguł dedukcji  $R$  jest — mówiąc w sposób uproszczony — skończonym ciągiem wyrażen zdaniowych, którego początek stanowią założenia  $X$ , każde zaś pozostałe wyrażenie zdaniowe jest rezultatem przekształcenia tez ze zbioru  $X$  wg reguły  $R$  (wynika więc logicznie z wcześniejszego), a ostatnim wyrażeniem ciągu jest  $p$ ; zależnie od tego, czy zbiór założeń stanowią tylko zdania analityczne czy również syntetyczne, wyróżnia się d. absolutny (zdanie udowodnione jest zawsze analityczne) i względny; jeśli zaś reguły dedukcji są strukturalno-opisowe, a założenia postulatami, otrzymuje się d. sformalizowany; gdy natomiast zbiór reguł dedukcji poszerzy się o inne reguły inferencji (choćby niezawodne), wtedy d. nie będzie już dedukcyjny; inne reguły inferencji nie bywają najczęściej w sposób zupełny skodyfikowane, np. opierające się na międzyzdaniowej zależności, którą wykrywa się dzięki analizie zawartości treściowej zdań, a nie na związku formalno-logicznym. Obok d. przeprowadzonych metodą aksjomatyczną w latach 1934–1935 opracowano (S. Jaśkowski i G. Gentzen) d. założeniowe (stupozycyjne), budowane metodą dedukcji naturalnej (nazwana tak ze względu na większe jej zbliżenie do praktyki dowodowej matematyków); w d. tym nie oddziela się założonych tez i przyjętych reguł, lecz posługuje się samymi regułami dedukcji (pierwotnymi i wtórnymi); dowodząc w ten sposób twierdzenia w postaci implikacji, tak przekształca się wg reguł dedukcji poprzednik tej implikacji, aby otrzymać jej następnik (d. wprost), albo tak przekształca się wg reguł poprzednik i negację następnika implikacji, aby otrzymać sprzeczność (d. nie wprost). Charakterystyki d. mogą być syntaktyczne, semantyczne lub pragmatyczne oraz mieszane; ponadto sam d. przeprowadza się w płaszczyźnie wyłącznie syntaktycznej (np. d. sformalizowany), semantycznej lub pragmatycznej (będzie wtedy d. w szerszym sensie) tudzież wielopłaszczyznowo.

**Bibliografia:** L. Apostel, *Logique et preuve*, Meth 5 (1953), 279–321; G. Ryle, *Proofs in Philosophy*, RIP 8 (1954), 150–169; K. Von Fritz, *Die Archai in der griechischen Mathematik*, Archiv für Begriffsgeschichte 1 (1955), 13–103; M. A. Glutz, *The Manner of Demonstrating in Natural Philosophy*, River Forest 1956; J. F. Anderson, *On Demonstration in Thomistic Metaphysics*, NSchol 32 (1958), 476–494; P. Lorenzen, *Über die Begriffe „Beweis“ und „Definition“*, w: *Constructivity in Mathematics*, A 1959, 167–177; S. Rober, *On Perfect Demonstration. A Late-Medieval Study*, NSchol 34 (1960), 190–203; K. Schütte, *Beweistheorie*, B 1960; E. D. Simmons, *Demonstration and Self-Evidence*, Thom 24 (1961), 139–162; M. Kokoszyński, *O dwojakim rozumieniu uzasadniania dedukcyjnego*, SL 13 (1962), 177–196; W. A. Pogorzelski, J. Słupecki, *O d. matematycznym*, Wwa 1962; W. A. Wallace, *The Role of Demonstration in Moral Theology*, Wa 1962; K. Ajdukiewicz, *D. i wyjaśnienie*, w: *Szkice filozoficzne*, Wwa 1964, 211–220; Z. Pawlak, *Automatyczne dowodzenie twierdzeń*, Wwa 1965; H. Klotz, *Der philosophische Beweis*, B 1967, 1969<sup>2</sup>; J. Barnes, *Aristotle's Theory of Demonstration*, Phronesis 14 (1969), 123–152; L. Gumański, *Uwagi o d. sformalizowanym i konsekwencji*, SL 25 (1969), 151–158; S. Kamiński, *Argumentacja filozoficzna w ujęciu analityków*, w: *Rozprawy filozoficzne*, To 1969, 127–141; H. Schüling, *Die Geschichte der axiomatischen Methode im 16. und beginnenden 17. Jahrhundert*, Hi 1969; G. Verbeke, *Die Methoden metaphysischer Beweisführung bei Aristoteles*, w: *Methaphysik und Theologie des Aristoteles*, Da 1969, 436–460; W. A. Smirnow, *Formalnyj wywod i logiczeskije isczislenija*, Mwa 1972; K. Lorenz, *Handbuch philosophischer Grundbegriffe*, Mn 1973, I 220–232; J. Hintikka, D. Prawitz, *On the Idea of General Proof Theory*, Synthese 27 (1974), 63–77; J. Hintikka, U. Remes, *The Method of Analysis*, Dor 1974; M. Mignucci, *L'argomentazione dimonstrativa in Aristotele*, Pd 1975; O. Schwemmer, *Deduktion und Argumentation*, Erl 1975; G. Takeuti, *Proof Theory*, A 1975, 1987<sup>2</sup>; P. T. Geach, *Reason and Argument*, Ox 1976; J. Glöckl, *Wahrheit und Beweisbarkeit. Eine Untersuchung über das Verhältnis von Denken und Anschauung in der Mathematik*, Bo 1976; A. Gomes-Lobo, *Aristotle's Hypotheses and the Euklidean Postulates*, RMet 30

(1977), 430–439; D. Prawitz, *Meaning and Proofs*, *Theoria* 43 (1977), 2–40; R. Aleksey, *Theorie der juristischen Argumentation*, F 1978, 1996; R. Lauth, *Theorie des philosophischen Arguments*, B 1979.

*Stanisław Kamiński*